Teoría de la producción

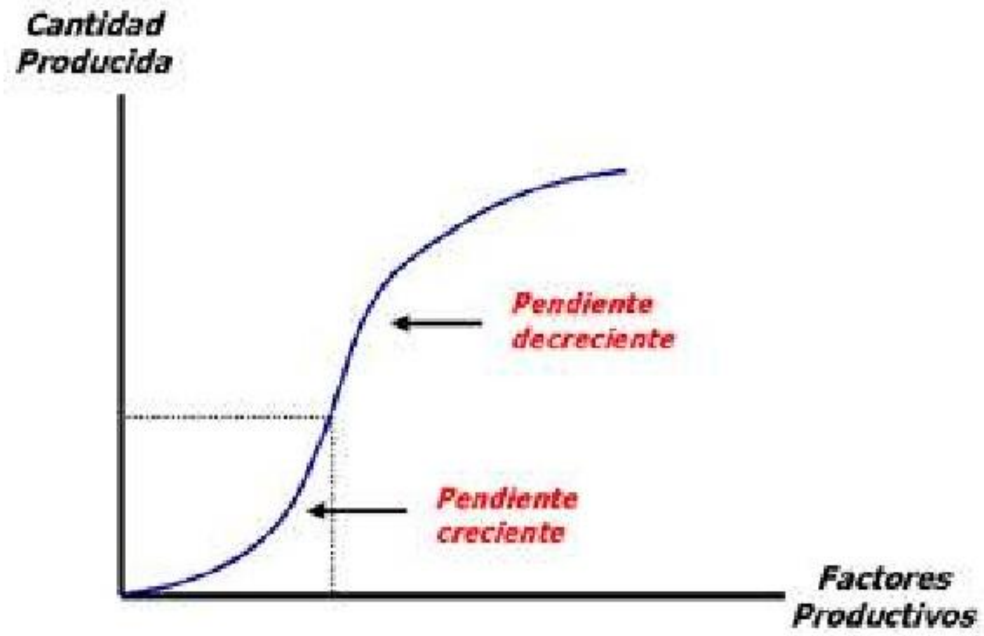
Dante A. Urbina

La función de producción

La *función de producción* representa la relación entre los factores de producción (inputs) y el producto que se puede obtener de ellos (output), dada una cierta tecnología.

. Formulación matemática: Sean los factores trabajo (L) y capital (K), la cantidad producida (Q) vendrá dada por:

$$Q = f(L, K)$$



Productividad media de un factor

La *productividad media de un factor* es el cociente entre el total de producción y la cantidad de factor utilizada para generar ese nivel de producción.

. Formulación matemática: Sea, por ejemplo, el factor trabajo (L), su productividad media vendrá dada por:

$$PMeL = \frac{Q}{L}$$

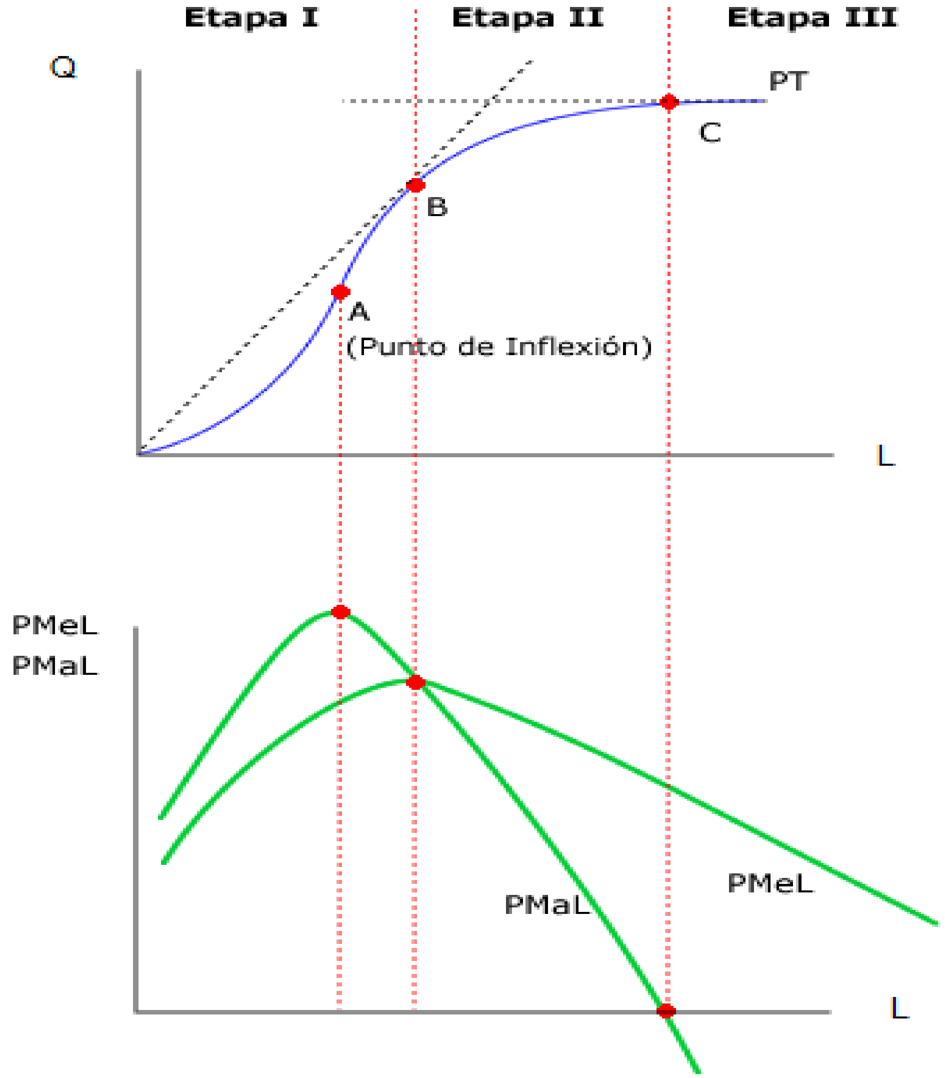
Productividad marginal de un factor

La *productividad marginal de un factor* es la producción adicional que obtenemos por utilizar una unidad adicional de ese factor.

. <u>Formulación matemática</u>: Sea, por ejemplo, el factor trabajo (L), su productividad marginal vendrá dada por:

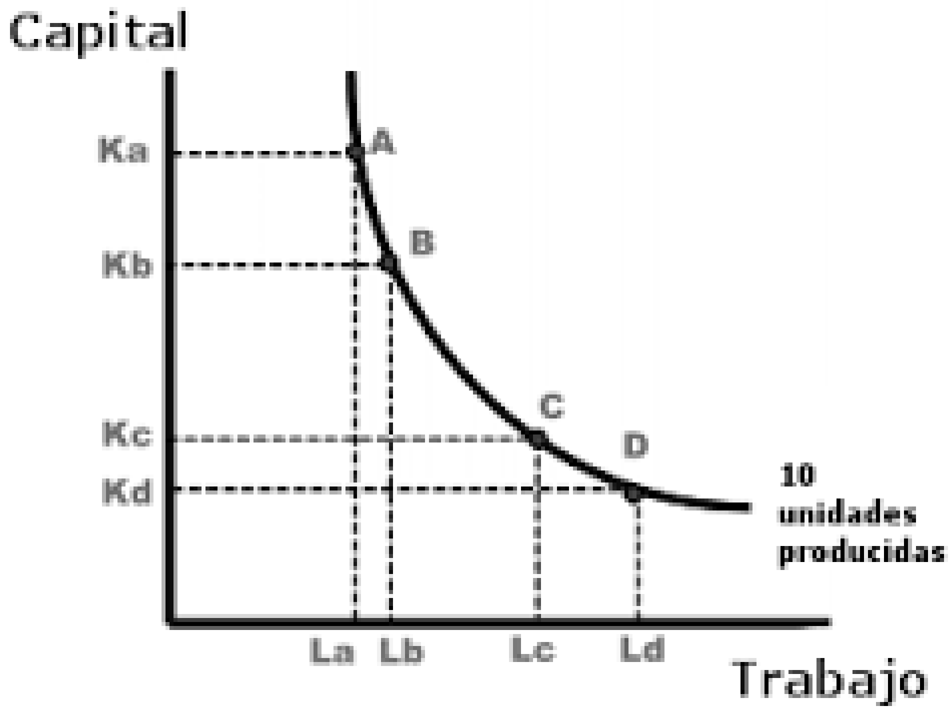
$$PMgL = \frac{\partial Q(L, \overline{K})}{\partial L}$$

Relación entre producción y productividad media y marginal



Las curvas isocuantas

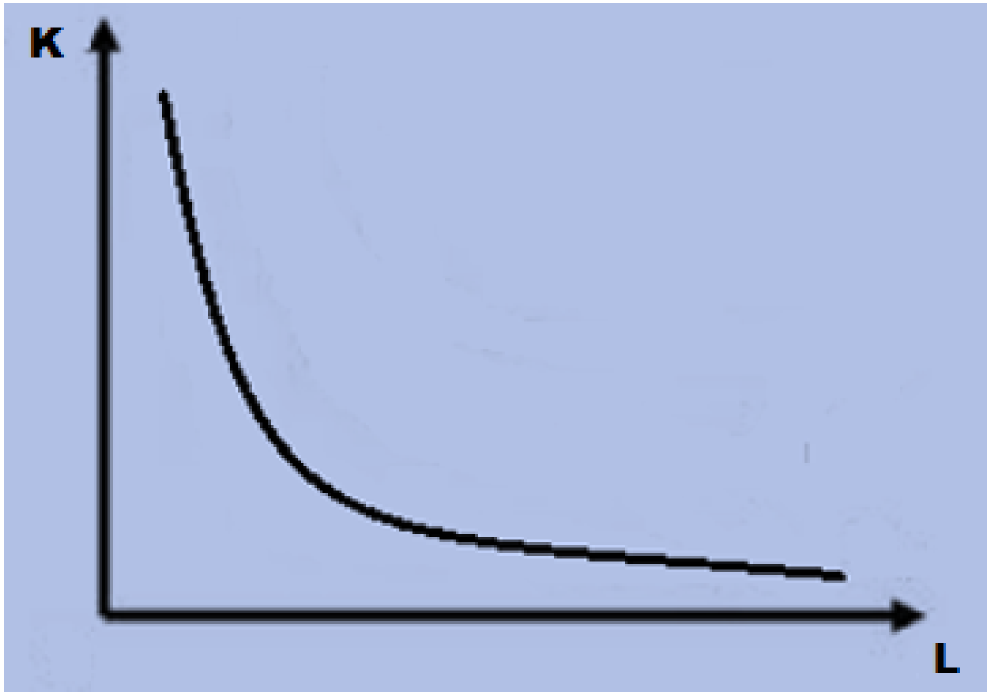
Una *isocuanta* representa las diferentes combinaciones de factores que proporcionan una misma cantidad de producto.



Tipos de curva isocuanta (1): Cobb Douglas

. Formulación matemática:

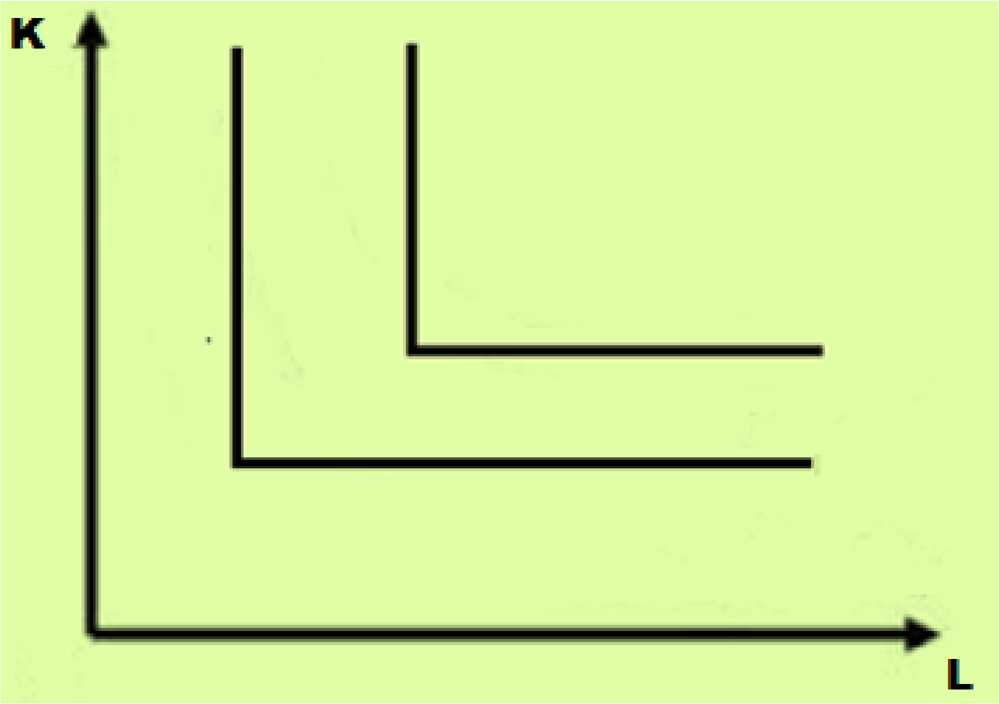
$$Q = L^a . K^b$$



Tipos de curva isocuanta (2): Proporciones fijas

. Formulación matemática:

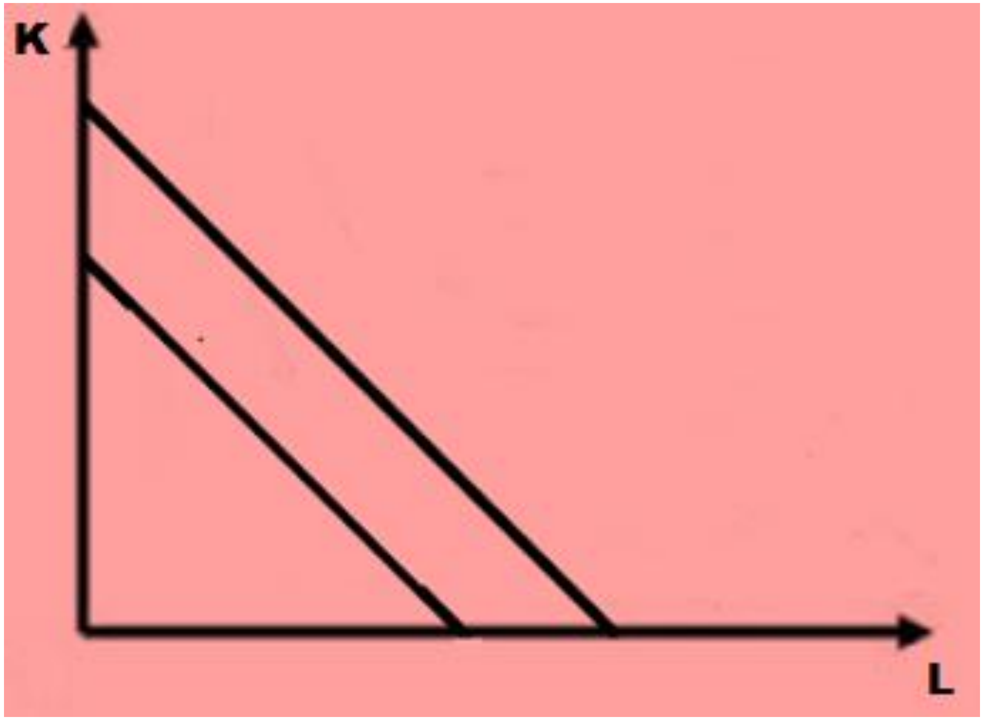
$$Q = mín\,\{aL, bK\}$$



Tipos de curva isocuanta (3): Factores sustitutos

. <u>Formulación matemática</u>:

$$U = aL + bK$$

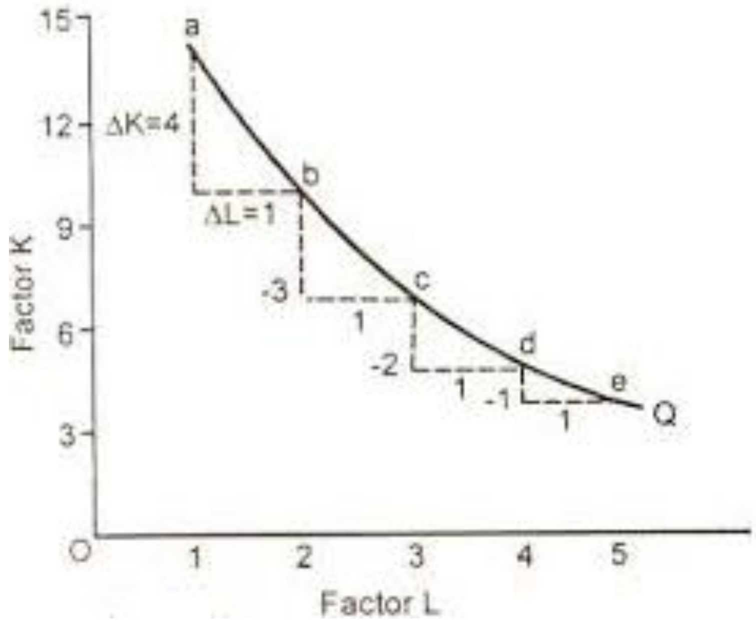


Relación marginal de sustitución técnica

La *relación marginal de sustitución técnica* (RMST) es la disminución en la cantidad empleada de un factor productivo cuando se utiliza una unidad extra del otro de manera que el volumen de producción permanezca constante.

. <u>Formulación matemática</u>:

$$RMST_{K,L} = \left.\frac{dK}{dL}\right|_{\bar{Q}} = -\frac{PMgL}{PMgK}$$



Costos fijos, costos variables y costo total

. *Costos fijos*: Son aquellos en que se incurre independientemente del nivel de producción.

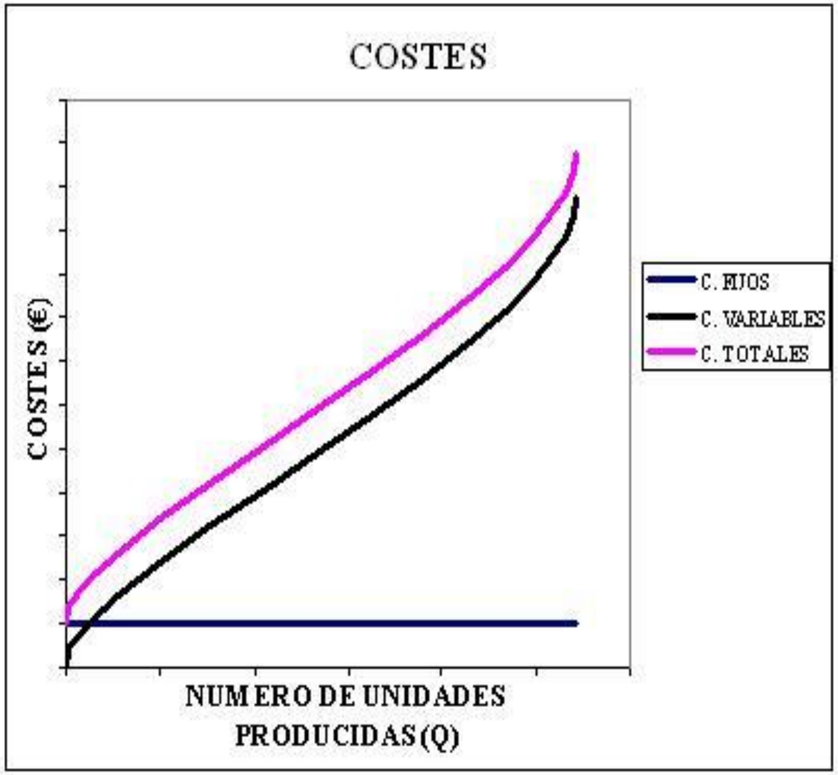
$$CF = c$$

. *Costos variables*: Son aquellos varían en función de los cambios en el nivel de producción.

$$CV = C(Q)$$

. *Costo total*: Representa todos aquellos costo en los que se incurre para producir una determinada cantidad.

$$CT = CF + CV$$



Costo medio, variable medio y marginal

. *Costo medio*: Es el costo promedio de cada unidad producida.

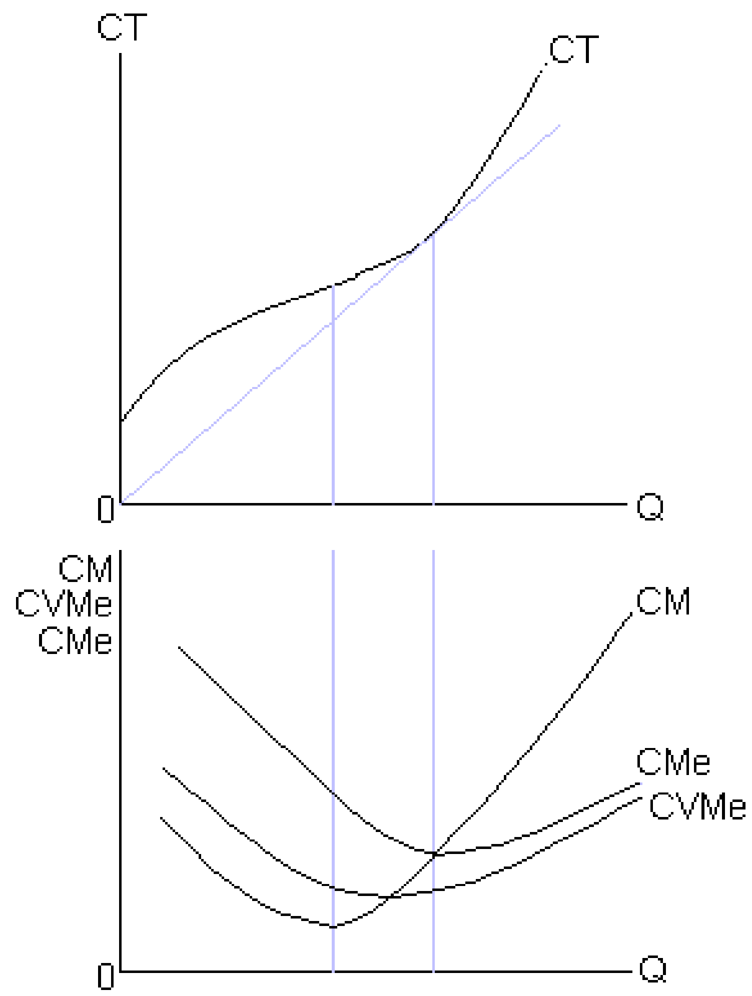
$$CMe = \frac{CT}{Q}$$

. *Costos costo variable medio*: Es el costo variable promedio de cada unidad producida.

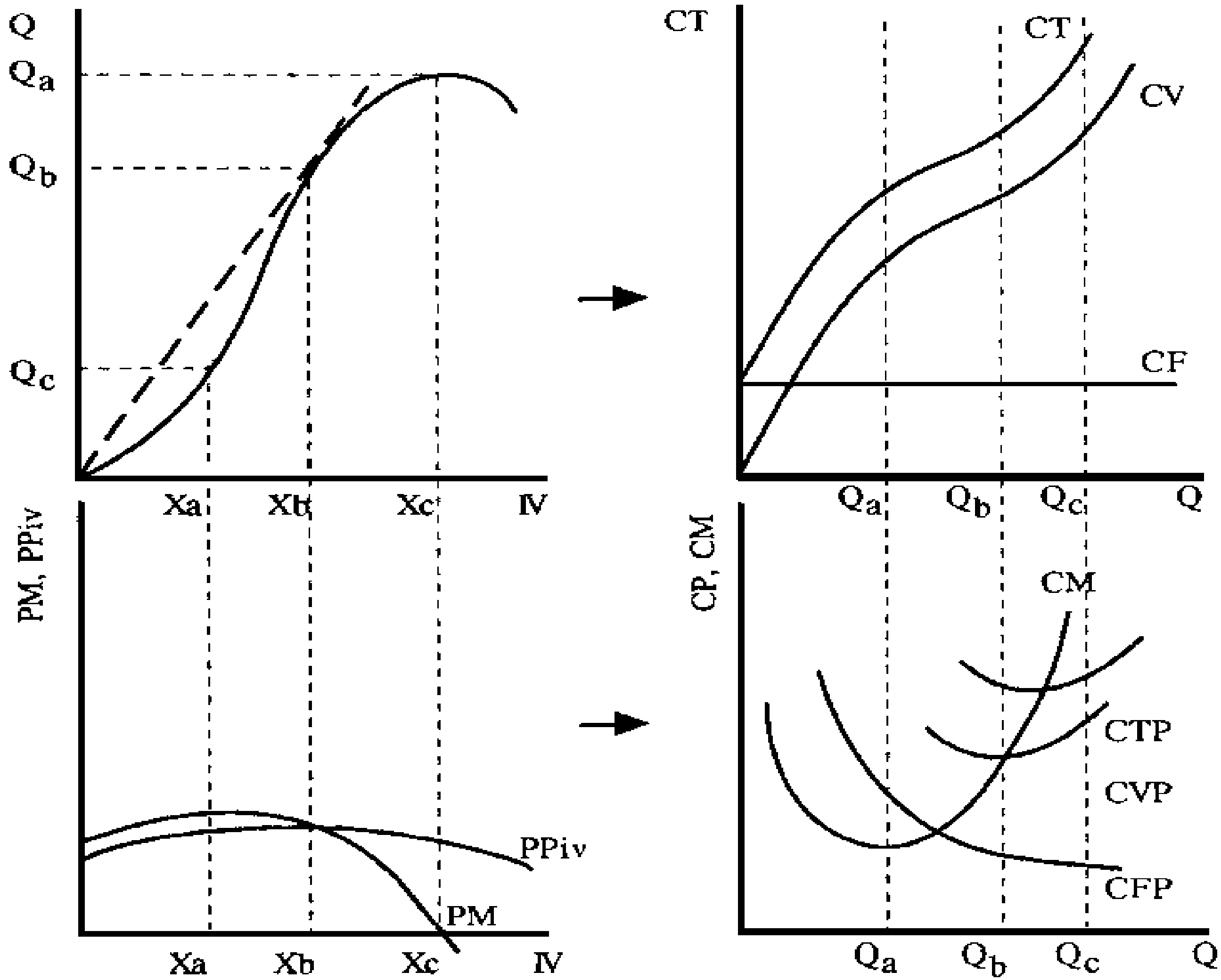
$$CVMe = \frac{CV}{Q}$$

. *Costo marginal*: Representa el aumento del costo total por causa de la producción de una unidad adicional.

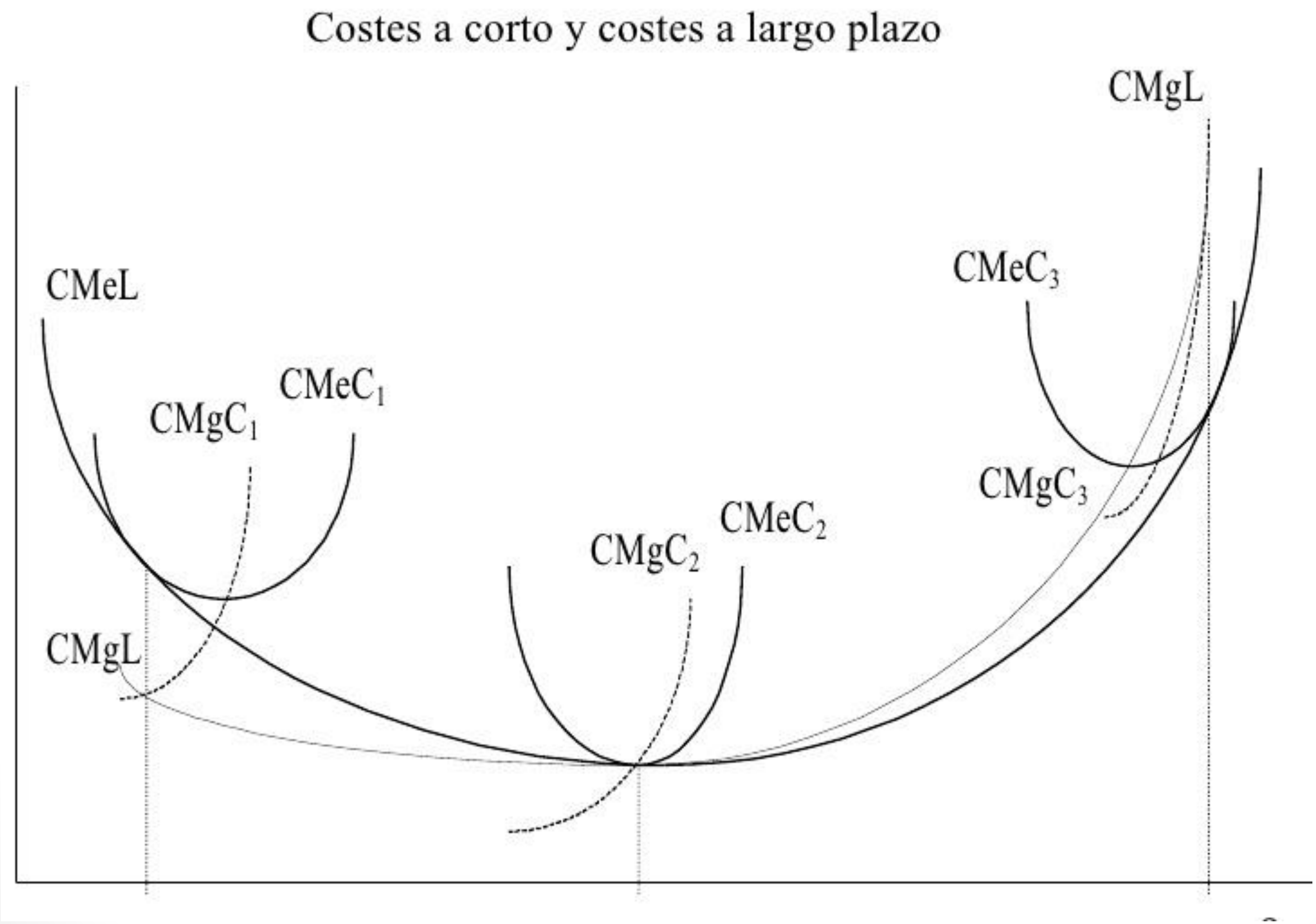
$$CMg = \frac{\partial CT}{\partial Q}$$



Relación entre producción y costos



Costos a corto y a largo plazo

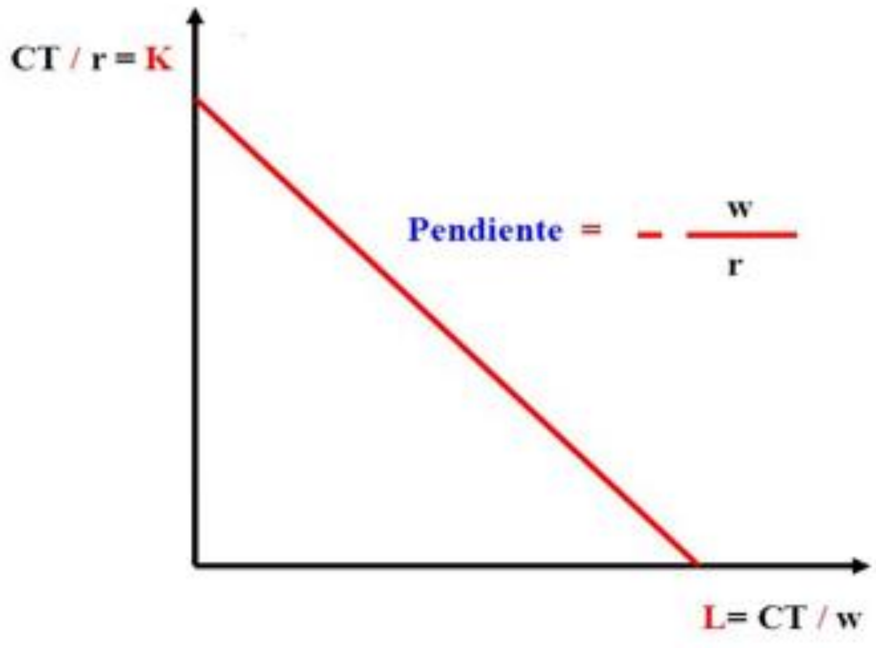


La recta isocosto

Una *isocosto* representa todas las combinaciones de factores productivos que suponen un mismo costo.

. <u>Formulación matemática</u>: Sean los factores L y K, cuyos precios respectivos son w (salario) y r (interés), la recta isocoste vendrá dada por:

$$C = w.L + r.K$$



El problema dual de la producción

Se busca alcanzar un determinado nivel de producción al mínimo coste.

. Formulación matemática: Se estructura como un problema de optimización:

$$\begin{cases} Min\ C = w.L + r.K \\ s.a.: Q = Q(L,K) \end{cases}$$

Solución del modelo dual de la producción

El problema de optimización anterior se puede resolver aplicando las Condiciones de Primer Orden (CPO) al lagrangeano:

$$\mathcal{L} = w.L + r.K + \lambda[Q - Q(L,K)]$$

O sea: $\frac{d\mathcal{L}}{dL} = 0$ $\frac{d\mathcal{L}}{dK} = 0$ $\frac{d\mathcal{L}}{d\lambda} = 0$

De donde, se tiene que en el equilibrio:

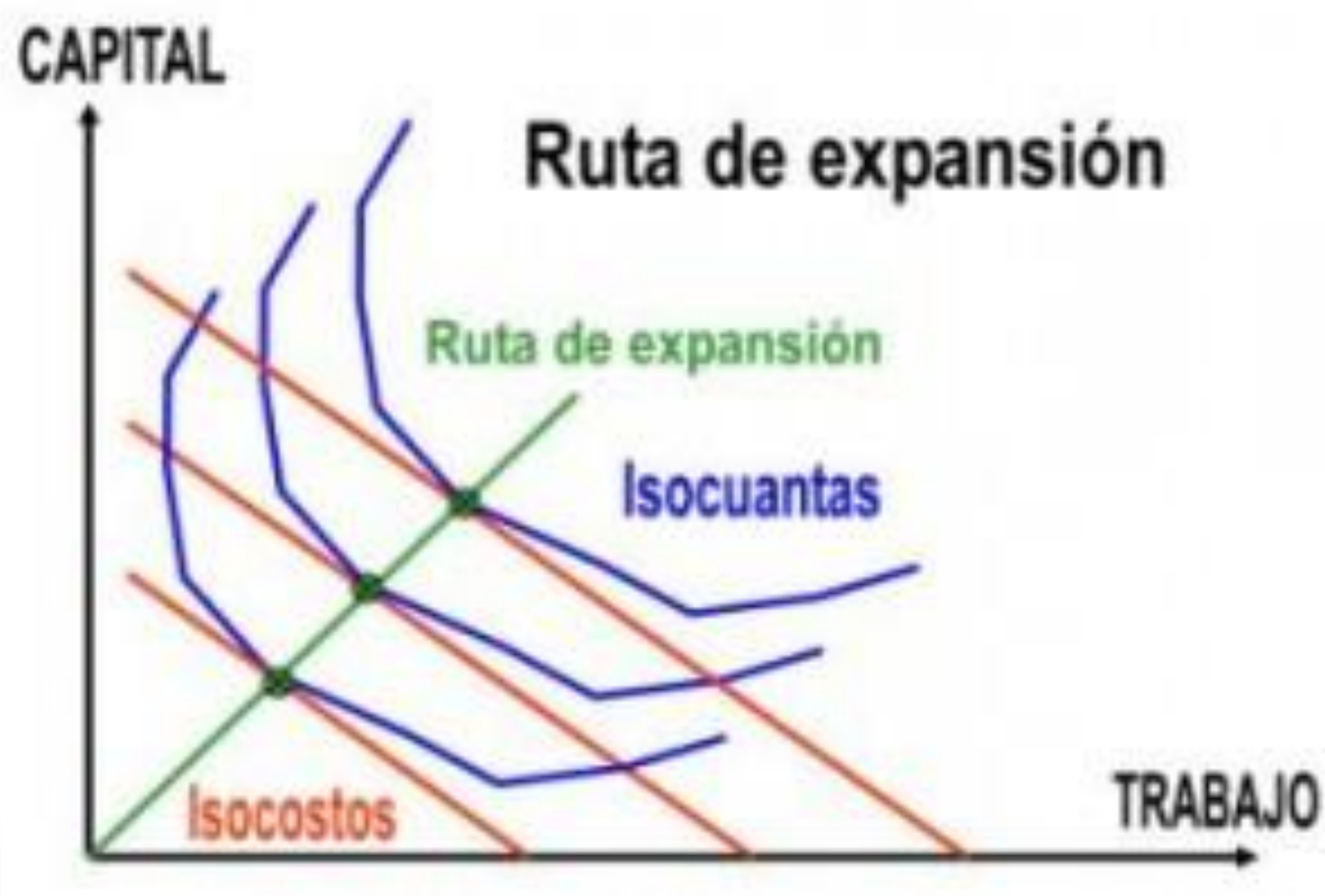
$$|RMST_{K,L}| = \frac{PMgL}{PMgK} = \frac{w}{r}$$

De este modo, despejando, se hallan las *funciones de demanda condicionada de los factores*:

$$L^d = L(w,r,Q)$$

$$K^d = L(w,r,Q)$$

Solución del problema de la producción en términos gráficos



Rendimientos de escala

Indican cómo varía la cantidad producida cuando todos los factores de producción varían en una misma proporción.

. Formulación matemática: Si se está produciendo en base a la función $Q = Q(L, K)$ y se incrementan ambos factores en una proporción m, tal que:

$$Q(mL, mK) = t.Q(L, K)$$

Tendremos que:

- Si $m > t \Rightarrow$ hay rendimientos de escala decrecientes.
- Si $m = t \Rightarrow$ hay rendimientos de escala constantes.
- Si $m < t \Rightarrow$ hay rendimientos de escala crecientes.

Elasticidad de escala

Mide la variación porcentual del producto cuando todos los factores de producción varían en un 1%.

. Formulación matemática: Si se está produciendo en base a la función $Q = Q(L, K)$ y se incrementan ambos factores en una proporción m, tal que:

$$E_E = \frac{d\ ln\ Q(mL, mK)}{d\ ln\ (m)} = \sum_{L,K} \frac{PMg_i}{PMe_i}$$

Tendremos que:

- Si $E_E < 1 \Longrightarrow$ rendimientos de escala decrecientes.
- Si $E_E = 1 \Longrightarrow$ rendimientos de escala constantes.
- Si $E_E > 1 \Longrightarrow$ rendimientos de escala crecientes.

Cuestionamiento 1:
La crítica de Cambridge

. La existencia misma de la función de producción está en cuestión por cuanto no hay, dentro del esquema neoclásico, una forma coherente de medir el capital.

Cuestionamiento 2:
No se explica el cambio tecnológico

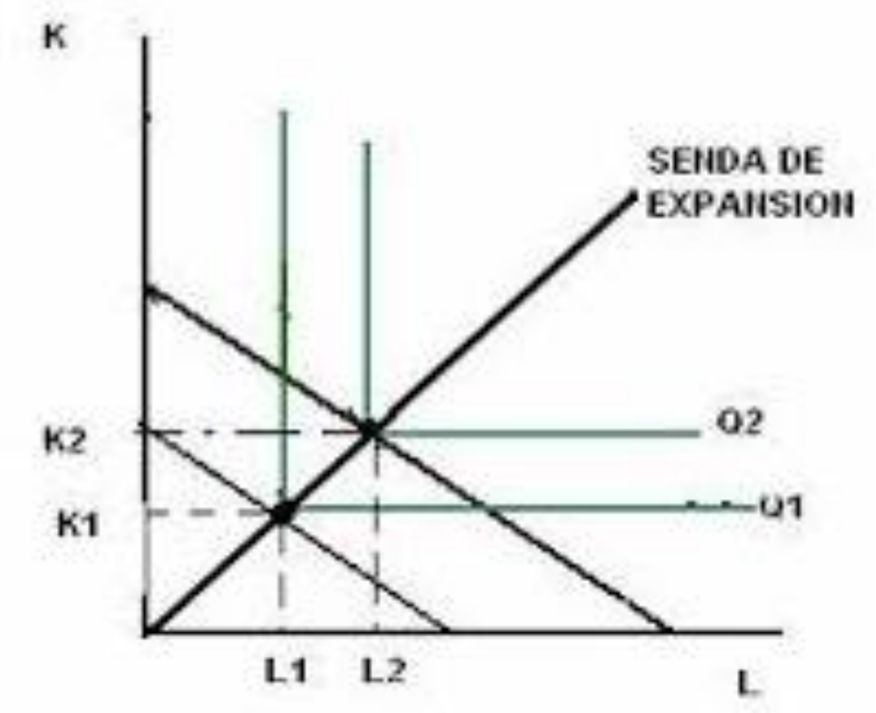
. Al asumir tecnología "dada", la teoría neoclásica no llega propiamente a explicar lo que resulta más importante en la producción: el cambio tecnológico.

Cuestionamiento 3:
La crítica ecologista

. Ningún proceso productivo puede darse independientemente del medio ambiente y las leyes de la termodinámica.

Cuestionamiento 4: Leontief vs. Cobb-Douglas

. En la realidad la gran mayoría de procesos productivos se corresponden más con la función de Leontief que con la tipo Cobb-Douglas, lo que pone en cuestión todo el esquema de cálculo diferencial y la idea de sustituibilidad.



Cuestionamiento 5:
La estafa de las estimaciones empíricas

. Gran parte de las pretendidas pruebas econométricas de funciones de producción tipo Cobb Douglas o CES son espurias por cuanto la correspondencia con los datos se da por una correspondencia casual con la cuentas nacionales.

Profesor Dante A. Urbina:

. Página Web: http://www.danteaurbina.com

. Facebook: http://www.facebook.com/danteaurbina.oficial

. Canal YouTube: http://www.youtube.com/channel/UCCwVIDA-8wV4D_GpYNVecrg